

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025г., протокол № 8

**Рабочая программа дисциплины**

**Исследование операций и методы оптимизации**

---

*(наименование дисциплины (модуля))*

Направление подготовки

***44.03.05 Педагогическое образование***

***(с двумя профилями подготовки)***

---

*(шифр, название направления)*

Направленность (профиль) подготовки

***Математика; информатика***

---

Квалификация выпускника

***бакалавр***

---

Форма обучения

***Очная***

---

**Год начала подготовки – 2023 г.**

Карачаевск, 2025

Составитель: ст. преп. кафедры Урусова А. С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки); локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 25.04.2025г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
Изучение дисциплины “Исследование операций и методы оптимизации” необходимо для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик.....	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
Дисциплина изучается на 5 курсе для очно (очно-заочной) формы обучения и на 6 курсе для заочной формы обучения. ....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах) .....	6
Для заочной формы обучения .....	11
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	14
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	16
7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций.....	16
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания .....	18
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	19
7.3.1. Перечень вопросов для экзамена .....	19
7.3.2. Типовые индивидуальные задания: .....	20
7.3.3. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций .....	32
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) .....	32
8.1. Основная литература.....	32
8.2. Дополнительная литература: .....	32
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля) .....	33
9.1. Общесистемные требования.....	33
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	33
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения .....	34
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы .....	34
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья .....	34
11. Лист регистрации изменений .....	35

## 1. Наименование дисциплины (модуля)

### Исследование операций и методы оптимизации

Цель курса “Исследование операций и методы оптимизации” усвоение роли методов оптимизации в формировании знаний и умений по постановке и решению оптимизационных задач; формирование понимания основных принципов, лежащих в основе методов решения задач оптимизации; формирование навыков формализованного описания задач оптимизации, построения математических моделей, интерпретации результатов решения

Для достижения цели ставятся задачи:

- изучение основных классов оптимизационных задач в конечномерных пространствах;
- формирование навыков создания и использования математических моделей;
- изучение математического аппарата, необходимого для анализа и решения экстремальных задач в конечномерных пространствах, а также алгоритмов для решения основных классов оптимизационных задач.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль): «Математика; Информатика»

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.08.12 “Исследование операций и методы оптимизации” относится к блоку – «Блок 1.Дисциплины (модули)», к обязательной части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 5 курсе в 9 семестре на очной форме обучения, на 5 курсе в 10 семестре на очной – заочной форме обучения, на 6 курсе (зимняя сессия) на заочной форме обучения.

<b>МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП</b>	
Индекс	Б1.О.08.12
<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>	
Для освоения дисциплины “Исследование операций и методы оптимизации” студенты используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия» «Численные методы», «Дифференциальные уравнения»	
<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>	
Изучение дисциплины “Исследование операций и методы оптимизации” необходимо для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик	

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОПОП бакалавриат обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю): УК-2; ОПК-2; ПК-3

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения компетенций
-----------------	--	-----------------------------------

УК-2.	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм. УК-2.2. Определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели. УК-2.3. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.
ОПК-2.	Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.1 Разрабатывает программы учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программы дополнительного образования в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования ОПК-2.2. Проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся ОПК- 2.3. Осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно-коммуникационных, а также цифровых образовательных ресурсов, используемых при разработке основных и дополнительных образовательных программ и их элементов
ПК-3.	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

**4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость (объем) дисциплины “Исследование операций и методы оптимизации” составляет 3 ЗЕТ, 108 академических часа.

Дисциплина изучается на 5 курсе для очно (очно-заочной) формы обучения и на 6 курсе для заочной формы обучения.

Объём дисциплины	Всего часов
------------------	-------------

	для очной формы обучения	для очно- заочной формы обучения	для заочной формы обучения
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	108		
<b>Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)</b>			
<b>Аудиторная работа (всего):</b>	48	40	12
в том числе:			
лекции	24	20	6
семинары, практические занятия	24	20	6
практикумы	-	-	-
лабораторные работы	-	-	-
<b>Внеаудиторная работа:</b>			
консультация перед зачетом	-	-	-
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.			
<b>Самостоятельная работа обучающихся (всего)</b>	40	68	87
<b>Контроль самостоятельной работы</b>	20	-	9
<b>Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)</b>	Экзамен на 5 курсе (9 семестр)	Экзамен на 5 курсе (10 семестр)	Экзамен на 6 курсе (зимняя сессия)

**5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)**

Для очной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)	
			всего	Аудиторные уч. занятия	Сам.

				Лек	Прак.	работа
<b>Раздел 1. Предмет и задачи дисциплины исследование операций и методы оптимизации</b>			<b>10</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>
1.	5/9	<b>Тема: Предмет и задачи исследования операций.</b> <i>Содержание:</i> История формирования исследования операций как самостоятельной ветви прикладной математики. Оптимизационные задачи в науке и технике. Основные понятия и принципы исследования операций. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Предмет и история развития методов оптимизации (МО). Принципы и примеры моделирования экономических и технических проблем в форме задач оптимизации. Постановки экстремальных задач. Градиент, гессиан, локальные приближения	10	2	2	6
<b>Раздел 2. Линейное программирование</b>			<b>46</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>18</b>
2.	5/9	<b>Тема: Типы задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Примеры задач линейного программирования. Общая, стандартная (симметричная), каноническая (основная) задачи линейного программирования.	6	2	2	2
3.	5/9	<b>Тема: Графическое решение задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Геометрическое истолкование задачи линейного программирования. Задачи, содержащие более двух переменных, допускающие графическое решение.	6	2	2	2
4.	5/9	<b>Тема: Симплекс-метод</b> <i>Содержание:</i> Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Метод Данцига	14	4	4	6
5.		<b>Тема: Двойственные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Прямая и двойственная задачи линейного программирования. Правила составления двойственной задачи. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственных задач на основании первой и второй теорем двойственности.	6	2	2	2
6.		<b>Тема: Целочисленные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Методы решения задач целочисленного линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.	8	2	2	4

7.		<b>Тема: Транспортная задача.</b> <i>Содержание:</i> Понятие транспортной задачи. Решение транспортных задач. Транспортные задачи с альтернативным оптимумом. Вырожденные транспортные задачи. Открытые транспортные задачи.	6	2	2	2
<b>Раздел 4. Динамическое программирование</b>			<b>6</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
8.	5/9	<b>Тема: Динамическое программирование</b> <i>Содержание:</i> Многошаговые процессы принятия решений. Задача динамического программирования в общем, виде, ее геометрическая и экономическая интерпретации. Принцип оптимальности. Примеры решения простейших задач методом динамического программирования. Задачи распределения ресурсов	6	2	2	2
<b>Раздел 5. Многокритериальные задачи исследования операций</b>			<b>6</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
9.	5/9	<b>Тема: Задачи вариационного исчисления (ВИ)</b> <i>Содержание: Многокритериальные задачи исследования операций</i> <i>Содержание:</i> Основные понятия и определения. Эффективные и слабоэффективные решения. Построение множества эффективных решений и проверка эффективности выделенного решения. Свертывание критериев. Метод идеальной точки. Метод уступки	6	2	2	2
<b>Раздел 3. Нелинейное программирование</b>			<b>20</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>12</b>
10.	5/9	<b>Тема: Задачи безусловной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Условия экстремума задачи безусловной минимизации. Скорость сходимости последовательностей. Методы первого порядка. Теорема о скорости сходимости методов спуска. Общая схема одномерной минимизации. Методы решения задачи безусловной оптимизации	10	2	2	6
11.		<b>Тема: Задачи условной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Минимизация на простых множествах (необходимые условия I-го порядка, достаточные условия минимума I-го порядка). Основные методы (проекция градиента, условного градиента). Задачи с ограничениями равенствами. Правило множителей Лагранжа (необходимые условия	10	2	2	6

		минимума I-го порядка). Условия минимума II-го порядка (необходимые, достаточные условия). Необходимые и достаточные условия минимума для общей задачи выпуклого программирования (Теорема Куна-Таккера, теорема Куна-Таккера в терминах седловой точки). Методы решения задач Условной оптимизации (метод множителей Лагранжа, метод исключений, метод штрафных функций)				
12.	<b>Контроль</b>		<b>20</b>			
13.	<b>Итого</b>		<b>108</b>	<b>24</b>	<b>24</b>	<b>40</b>

Для очно-заочной формы обучения

№ п/п	Курс/ семестр	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				всего	Аудиторные уч. занятия		Сам. работа
					Лек	Прак.	
<b>Раздел 1. Предмет и задачи дисциплины исследование операций и методы оптимизации</b>			<b>8</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	
14.	5/9	<b>Тема: Предмет и задачи исследования операций.</b> <i>Содержание:</i> История формирования исследования операций как самостоятельной ветви прикладной математики. Оптимизационные задачи в науке и технике. Основные понятия и принципы исследования операций. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Предмет и история развития методов оптимизации (МО). Принципы и примеры моделирования экономических и технических проблем в форме задач оптимизации. Постановки экстремальных задач. Градиент, гессиан, локальные приближения	8	2	-	6	
<b>Раздел 2. Линейное программирование</b>			<b>40</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>18</b>	
15.	5/9	<b>Тема: Типы задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Примеры задач линейного программирования. Общая, стандартная (симметричная), каноническая	6	2	2	2	

		(основная) задачи линейного программирования.				
16.	5/9	<b>Тема: Графическое решение задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Геометрическое истолкование задачи линейного программирования. Задачи, содержащие более двух переменных, допускающие графическое решение.	6	2	2	2
17.	5/9	<b>Тема: Симплекс-метод</b> <i>Содержание:</i> Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Метод Данцига	10	2	2	6
18.		<b>Тема: Двойственные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Прямая и двойственная задачи линейного программирования. Правила составления двойственной задачи. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственных задач на основании первой и второй теорем двойственности.	6	2	2	2
19.		<b>Тема: Целочисленные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Методы решения задач целочисленного линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.	8	2	2	4
20.		<b>Тема: Транспортная задача.</b> <i>Содержание:</i> Понятие транспортной задачи. Решение транспортных задач. Транспортные задачи с альтернативным оптимумом. Вырожденные транспортные задачи. Открытые транспортные задачи.	4	-	2	2
<b>Раздел 4. Динамическое программирование</b>			<b>14</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>10</b>
21.	5/9	<b>Тема: Динамическое программирование</b> <i>Содержание:</i> Многошаговые процессы принятия решений. Задача динамического программирования в общем, виде, ее геометрическая и экономическая интерпретации. Принцип оптимальности. Примеры решения простейших задач методом динамического программирования. Задачи распределения ресурсов	14	2	2	10
<b>Раздел 5. Многокритериальные задачи исследования операций</b>			<b>14</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>10</b>

22.	5/9	<b>Тема: Задачи вариационного исчисления (ВИ)</b> <i>Содержание: Многокритериальные задачи исследования операций</i> <i>Содержание:</i> Основные понятия и определения. Эффективные и слабоэффективные решения. Построение множества эффективных решений и проверка эффективности выделенного решения. Свертывание критериев. Метод идеальной точки. Метод уступки	14	2	2	10
<b>Раздел 3. Нелинейное программирование</b>			<b>32</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>24</b>
23.	5/9	<b>Тема: Задачи безусловной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Условия экстремума задачи безусловной минимизации. Скорость сходимости последовательностей. Методы первого порядка. Теорема о скорости сходимости методов спуска. Общая схема одномерной минимизации. Методы решения задачи безусловной оптимизации	16	2	2	12
24.		<b>Тема: Задачи условной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Минимизация на простых множествах (необходимые условия I-го порядка, достаточные условия минимума I-го порядка). Основные методы (проекция градиента, условного градиента). Задачи с ограничениями равенствами. Правило множителей Лагранжа (необходимые условия минимума I-го порядка). Условия минимума II-го порядка (необходимые, достаточные условия). Необходимые и достаточные условия минимума для общей задачи выпуклого программирования (Теорема Куна-Таккера, теорема Куна-Таккера в терминах седловой точки). Методы решения задач Условной оптимизации (метод множителей Лагранжа, метод исключений, метод штрафных функций)	16	2	2	12
25.	<b>Итого</b>		<b>108</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>68</b>

**Для заочной формы обучения**

№ п/п	Курс/ семестр	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость  (в часах)
-------	---------------	--	------------------------------	--

			всего	Аудиторные уч. занятия		Сам. работа
				Лек	Прак.	
<b>Раздел 1. Предмет и задачи дисциплины исследование операций и методы оптимизации</b>			<b>14</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>12</b>
26.	5/9	<b>Тема: Предмет и задачи исследования операций.</b> <i>Содержание:</i> История формирования исследования операций как самостоятельной ветви прикладной математики. Оптимизационные задачи в науке и технике. Основные понятия и принципы исследования операций. Однокритериальная и многокритериальная оптимизация. Предмет и история развития методов оптимизации (МО). Принципы и примеры моделирования экономических и технических проблем в форме задач оптимизации. Постановки экстремальных задач. Градиент, гессиан, локальные приближения	14	2	-	12
<b>Раздел 2. Линейное программирование</b>			<b>40</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>36</b>
27.	5/9	<b>Тема: Типы задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Примеры задач линейного программирования. Общая, стандартная (симметричная), каноническая (основная) задачи линейного программирования.	8	2	-	6
28.	5/9	<b>Тема: Графическое решение задач линейного программирования</b> <i>Содержание:</i> Геометрическое истолкование задачи линейного программирования. Задачи, содержащие более двух переменных, допускающие графическое решение.	6	-	-	6
29.	5/9	<b>Тема: Симплекс-метод</b> <i>Содержание:</i> Симплекс-метод решения основной задачи линейного программирования. Метод Данцига	8	-	2	6
30.		<b>Тема: Двойственные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Прямая и двойственная задачи линейного программирования. Правила составления двойственной задачи. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Геометрическая интерпретация двойственных задач. Нахождение решения двойственных задач на основании первой и второй теорем двойственности.	6	-	-	6
31.		<b>Тема: Целочисленные задачи линейного программирования.</b> <i>Содержание:</i> Методы решения задач	6	-	-	6

		целочисленного линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.				
32.		<b>Тема: Транспортная задача.</b> <i>Содержание:</i> Понятие транспортной задачи. Решение транспортных задач. Транспортные задачи с альтернативным оптимумом. Вырожденные транспортные задачи. Открытые транспортные задачи.	6	-	-	6
<b>Раздел 4. Динамическое программирование</b>			<b>12</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>10</b>
33.	5/9	<b>Тема: Динамическое программирование</b> <i>Содержание:</i> Многошаговые процессы принятия решений. Задача динамического программирования в общем, виде, ее геометрическая и экономическая интерпретации. Принцип оптимальности. Примеры решения простейших задач методом динамического программирования. Задачи распределения ресурсов	12	2	-	10
<b>Раздел 5. Многокритериальные задачи исследования операций</b>			<b>12</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>10</b>
34.	5/9	<b>Тема: Задачи вариационного исчисления (ВИ)</b> <i>Содержание: Многокритериальные задачи исследования операций</i> <i>Содержание:</i> Основные понятия и определения. Эффективные и слабоэффективные решения. Построение множества эффективных решений и проверка эффективности выделенного решения. Свертывание критериев. Метод идеальной точки. Метод уступки	12	-	2	10
<b>Раздел 3. Нелинейное программирование</b>			<b>21</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>19</b>
35.	5/9	<b>Тема: Задачи безусловной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Условия экстремума задачи безусловной минимизации. Скорость сходимости последовательностей. Методы первого порядка. Теорема о скорости сходимости методов спуска. Общая схема одномерной минимизации. Методы решения задачи безусловной оптимизации	12	-	2	10
36.		<b>Тема: Задачи условной оптимизации</b> <i>Содержание:</i> Минимизация на простых множествах (необходимые условия I-го порядка, достаточные условия минимума I-го порядка). Основные методы (проекция градиента, условного градиента). Задачи с ограничениями	9	-	-	9

	равенствами. Правило множителей Лагранжа (необходимые условия минимума I-го порядка). Условия минимума II-го порядка (необходимые, достаточные условия). Необходимые и достаточные условия минимума для общей задачи выпуклого программирования (Теорема Куна-Таккера, теорема Куна-Таккера в терминах седловой точки). Методы решения задач Условной оптимизации (метод множителей Лагранжа, метод исключений, метод штрафных функций)				
37.	<b>Контроль</b>	<b>9</b>			
38.	<b>Итого</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>87</b>

## 6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

**Лекционные занятия.** Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

**Практические занятия.** Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным

видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

Семинар - форма обучения, имеющая цель углубить и систематизировать изучение наиболее важных и типичных для будущей профессиональной деятельности обучаемых тем и разделов учебной дисциплины. Семинар - метод обучения анализу теоретических и практических проблем, это коллективный поиск путей решений специально созданных проблемных ситуаций. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению и дискуссии. Семинар - активный метод обучения, в применении которого должна преобладать продуктивная деятельность студентов. Он должен развивать и закреплять у студентов навыки самостоятельной работы, умения составлять планы теоретических докладов, их тезисы, готовить развернутые сообщения и выступать с ними перед аудиторией, участвовать в дискуссии и обсуждении.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

**Образовательные технологии.** При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

## 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

### 7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов)
УК-2: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.	УК-2.1. Определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.	УК-2.1. В целом определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.	УК-2.1. Частично определяет совокупность взаимосвязанных задач и ресурсное обеспечение, условия достижения поставленной цели, исходя из действующих правовых норм.
	УК-2.2. В полном объеме определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели.	УК-2.2. Определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели.	УК-2.2. В целом определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели.	УК-2.2. Не определяет ресурсное обеспечение для достижения поставленной цели.
	УК-2.3. В полном объеме определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.	УК-2.3. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.	УК-2.3. В целом определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач.	УК-2.3. Не может определить ожидаемые результаты решения поставленных задач.

ОПК-2: Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)	ОПК-2.1 В полном объеме разрабатывает программы учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программы дополнительного образования в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования	ОПК-2.1 Разрабатывает программы учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программы дополнительного образования в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования	ОПК-2.1 В целом разрабатывает программы учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программы дополнительного образования в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования	ОПК-2.1 Частично разрабатывает программы учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программы дополнительного образования в соответствии с нормативно-правовыми актами в сфере образования
	ОПК-2.2. В полном объеме проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся	ОПК-2.2. Проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся	ОПК-2.2. В целом проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся	ОПК-2.2. Не проектирует индивидуальные образовательные маршруты освоения программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), программ дополнительного образования в соответствии с образовательными потребностями обучающихся
	ОПК- 2.3. В полном объеме осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно-коммуникационных, а также цифровых образовательных ресурсов, используемых при разработке основных и дополнительных	ОПК- 2.3. Осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно-коммуникационных, а также цифровых образовательных ресурсов, используемых при разработке основных и дополнительных образовательных	ОПК- 2.3. В целом осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно-коммуникационных, а также цифровых образовательных ресурсов, используемых при разработке основных и дополнительных образовательных	ОПК- 2.3. Не осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно-коммуникационных, а также цифровых образовательных ресурсов, используемых при разработке основных и дополнительных образовательных

	образовательных программ и их элементов	программ и их элементов	программ и их элементов	программ и их элементов
ПК-3: Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1. В полном объеме знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. В целом знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. Знает фрагментарно способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)
	ПК-3.2. В полном объеме использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. В целом использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. Не использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности
	ПК-3.3. В полном объеме владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. В целом владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. Не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

## 7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inYE-lokalnye-akty/>

### **7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины**

#### **7.3.1. Перечень вопросов для экзамена**

1. Определение операции, цели операций, параметры операций, эффективность операций. Примеры операций и задач исследования операций
2. Постановка задачи их классификация
3. Теория линейного программирования. Виды задач линейного программирования
4. Графический метод решения задач линейного программирования
5. Табличный симплекс метод Данцига. Алгоритм решения
6. Двойственность задач линейного программирования
7. Принцип построения двойственных задач
8. Основные теоремы двойственности
9. Задачи целочисленного линейного программирования
10. Точные методы решения задач целочисленного линейного программирования
11. Метод Гомори
12. Метод ветвей и границ
13. Транспортная задача. Понятие транспортной задачи
14. Алгоритм решения транспортной задачи. Метод наименьших затрат
15. Задача оптимального использования оборудования
16. Задача об использовании ресурса
17. Транспортная задача с альтернативным оптимумом
18. Динамическое программирование.
19. Задачи распределения ресурсов.
20. Задача многокритериальной оптимизации. Постановка задачи
21. Задача многокритериальной оптимизации. Метод уступок
22. Задача многокритериальной оптимизации. Метод справедливого компромисса
23. Примеры постановок задач оптимизации
24. Формулировка задачи оптимизации. Задачи теории оптимизации
25. Понятие локального, глобального экстремума
26. Проблема существования решения (Теорема Вейерштрасса, ее следствие)
27. Градиент функции. Линейное локальное представление функции
28. Гессиан. Локальное квадратичное представление функции
29. Классы функций (Выпуклые, сильновыпуклые). Свойства выпуклых функций
30. Задачи поиска безусловного экстремума функции многих переменных. Условия экстремума в задаче безусловной оптимизации
31. Алгоритм решения задачи на безусловный экстремум с использованием необходимых и достаточных условий.
32. Прямые методы поиска безусловного экстремума функции многих переменных.
33. Методы первого порядка. Метод градиентного спуска
34. Методы первого порядка. Метод градиентного наискорейшего спуска
35. Методы первого порядка. Метод покоординатного спуска
36. Методы первого порядка. Метод Гаусса-Зейделя
37. Методы первого порядка. Метод сопряжённых градиентов (Флетчера-Ривса)
38. Методы второго порядка. Метод Ньютона
39. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Постановка задачи
40. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод исключений
41. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод штрафных функций

42. Задачи нелинейного программирования при ограничениях типа равенств. Метод множителей Лагранжа

**7.3.2. Типовые индивидуальные задания:**

**Задание №1**

**Тема:** Постановка задачи линейного программирования, Приемы формализации условий задачи

**В-1**

Текстильный комбинат производит 2 вида ткани: вид А состоит из 80% шерсти и 20% синтетического волокна, вид В состоит из 20% шерсти и 80% синтетики.

Ткань производится партиями (большими рулонами, бабинами). Время изготовления каждого рулона – 2 часа времени технологического процесса. Технологический процесс может длиться сутки (24 часа). Ткацкий станок может переключаться с производства одного вида ткани на другой.

Для производства ткани вида А ткацкий станок использует 4 ед. шерстяной пряжи и 1 ед. синтетических волокон. Для производства ткани вида В – 1 ед. синтетического волокна и 4 ед. шерстяного волокна. В сутки станок расходует 36 ед. синтетического волокна и 24 ед. шерстяного волокна.

Стоимость 1 рулона ткани вида А – \$ 2000, ткани вида В -\$ 1000.

*Сколько рулонов каждого вида ткани нужно выпускать в день, чтобы выручка была максимальной?*

**В-2**

Необходимо распределить площадь пашни между двумя культурами по следующим данным:

культура	Урожайность (ц/га)	Затраты тракторо-смен на 1га	Цена (руб. за ц)	Затраты (человеко-дней на 1 га)
А	10	0,1	6	2
В	15	0,24	8	10

Кроме того, заданы ресурсы производства:

- земли – не более 1800 га
- затраты тракторосмен – не более 300
- затраты труда человеко-дней - не более 8000
- потребности в культуре А – 10 000 ц; В – 7 500 ц

*Критерий оптимальности - максимальная прибыль от реализации.*

**В-3**

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

*Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.*

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1т изделия	
			А	В	А	В
1	алюминий	570	10	70	3	8

**В-4**

Завод производит продукцию двух видов А и В, используя сырье, запас которого составляет 570 т. Согласно плану, выпуск продукции А должен составлять не менее 60% от общего объема выпуска. Расход сырья на изготовление 1 т продукции А и В составляет соответственно 10 и 70 т. стоимость 1 т продукции А и В соответственно 3 и 8 тыс. руб.

**Определить план выпуска продукции А и В, при котором стоимость выпуска продукции будет максимальной.**

вариант	Вид ресурса	Объем ресурса	Норма расхода на 1 т изделия		Стоимость 1т изделия	
			А	В	А	В
<b>Вид изделий</b>						
1	медь	390	2	1	2	3

### В-5

Хозяйству требуется приобрести два вида азотных удобрений: А – аммиачную селитру, В – сульфат аммония. Удобрения вида А необходимо иметь не более 15 т, а удобрения вида В не более 10 т.

Содержание действующего вещества для А и для В соответственно 35% и 25 %. Отпускная оптовая цена удобрения А – 53 руб, В – 35 руб за тонну.

Хозяйство может выделить на приобретение удобрений 600 руб.

**Сколько тонн каждого вида удобрений следует приобрести, чтобы общая масса действующего вещества была максимальной?**

### В-6

В хозяйстве установили, что откорм животных выгоден только тогда, когда животные будут получать в дневном рационе не менее 10 ед. питательного вещества А, не менее 16 ед. вещества В и не менее 5 ед. вещества С. Для откорма животных используют два вида корма. Содержание питательных веществ в 1 кг каждого вида корма, а также цена 1 кг корма (руб.) величины известные и приведены в таблице:

Питательные вещества	Корма		Дневная норма
	I	II	
А	1	2	10
В	3	2	16
С	0	3	5
ЦЕНА кормов	5	4	

**Установить, какое количество корма каждого вида необходимо расходовать ежедневно, чтобы затраты на его приобретение были минимальными.**

### В-7

Для производства столов и шкафов мебельная фабрика использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в следующей таблице:

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие		Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	
Древесина ( м <sup>3</sup> )			
I вида	0,2	0,1	40
II вида	0,1	0,3	60
трудоемкость (чел-час)	1,2	1,5	371,4
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	6	8	

**Определить, сколько столов и шкафов фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.**

### В-8

Для производства двух видов изделий А и В используется токарное, фрезерное и шлифовальное оборудование. Нормы затрат времени для каждого из типов оборудования на одно

изделие данного вида приведены ниже в таблице. В ней же указан общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия.

Тип оборудования	Затраты времени (станко-часов) на обработку одного изделия		Общий фонд полезного рабочего времени оборудования (ч)
	А	В	
фрезерное	10	8	168
токарное	5	10	180
шлифовальное	6	12	144
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	14	18	

**Найти план выпуска изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.**

### В-9

На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки трех видов в количествах, соответственно равных 24, 31, 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки двумя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя приведено в таблице. В ней же указана величина отходов, которые получаются при данном способе раскроя одного листа фанеры.

Вид заготовки	Количество заготовок (шт.) при раскрое по способу	
	1	2
I	2	6
II	5	4
III	2	3
Величина отходов(см <sup>3</sup> )	12	16

**Определить, сколько листов фанеры и по какому способу следует раскроить так, чтобы было получено не меньше нужного количества заготовок при минимальных отходах.**

### В-10

На звероферме могут выращивать черно-бурых лисиц и песцов. Для обеспечения нормальных условий их выращивания используют три вида кормов. Количество корма каждого вида, которое должны получать лисицы и песцы, приведено в таблице. В ней же указаны общее количество корма каждого вида, которое может быть использовано зверофермой, и прибыль от реализации одной шкурки лисицы и песца.

Вид корма	Количество единиц корма, которое ежедневно должны получать		Общее количество корма
	лисица	песец	
I	2	3	180
II	4	1	240
III	6	7	426
Прибыль от реализации одной шкурки (руб.)	16	12	

**Определить, сколько лисиц и песцов следует выращивать на звероферме, чтобы прибыль от реализации их шкурок была максимальной.**

### Задание №2

**Тема: Решение задачи линейного программирования графическим методом**

<b>1</b> $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}$ $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>2</b> $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
--	--

<p><b>3.</b>  <math>f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>x_1 + 4x_2 \leq 53,</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 3,</math>  <math>7x_1 + 3x_2 \geq 71,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>4.</b>  <math>f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>6x_1 - 5x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 34,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>5.</b>  <math>f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>-3x_1 + 14x_2 \leq 78,</math>  <math>5x_1 - 6x_2 \leq 26,</math>  <math>x_1 + 4x_2 \geq 26,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>6.</b>  <math>f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>11x_1 - 3x_2 \geq 24,</math>  <math>9x_1 + 4x_2 \leq 110,</math>  <math>-2x_1 + 7x_2 \geq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>7.</b>  <math>f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>-4x_1 + 5x_2 \leq 29,</math>  <math>3x_1 - x_2 \leq 14,</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \geq 38,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>8.</b>  <math>f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>2x_1 - x_2 \geq 4,</math>  <math>x_1 + 3x_2 \leq 37,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 20,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>9.</b>  <math>f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>10x_1 - x_2 \geq 57,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 53,</math>  <math>6x_1 - 7x_2 \leq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>10.</b>  <math>f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>4x_1 - x_2 \geq 6,</math>  <math>9x_1 + 8x_2 \leq 157,</math>  <math>-3x_1 + 11x_2 \geq 16,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>11.</b>  <math>f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>-x_1 + x_2 \leq 3,</math>  <math>5x_1 + 3x_2 \leq 97,</math>  <math>x_1 + 7x_2 \geq 77,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>12.</b>  <math>f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>3x_1 - x_2 \geq 9,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 50,</math>  <math>-x_1 + 4x_2 \geq 19,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>13.</b>  <math>f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>x_1 + 4x_2 \leq 53,</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 3,</math>  <math>7x_1 + 3x_2 \geq 71,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>14.</b>  <math>f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>6x_1 - 5x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 34,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>15.</b>  <math>f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>-3x_1 + 14x_2 \leq 78,</math>  <math>5x_1 - 6x_2 \leq 26,</math>  <math>x_1 + 4x_2 \geq 26,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>16.</b>  <math>f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>11x_1 - 3x_2 \geq 24,</math>  <math>9x_1 + 4x_2 \leq 110,</math>  <math>-2x_1 + 7x_2 \geq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>17.</b>  <math>f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>-4x_1 + 5x_2 \leq 29,</math>  <math>3x_1 - x_2 \leq 14,</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \geq 38,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>18.</b>  <math>f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}</math>  <math>2x_1 - x_2 \geq 4,</math>  <math>x_1 + 3x_2 \leq 37,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 20,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>

<b>19.</b> $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}$ $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	<b>20.</b> $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}$ $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
---	--

### Задание №3

**Тема:** Решение задачи линейного программирования симплекс – методом Данцига

Варианты	
<b>1.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>2.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>3.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>4.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>5.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>6.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>7.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$ <b>9.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>8.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}.$ <b>10.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>11.</b> $-x_1 + x_2 \leq 3,$ $5x_1 + 3x_2 \leq 97,$ $x_1 + 7x_2 \geq 77,$ $f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>12.</b> $3x_1 - x_2 \geq 9,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 50,$ $-x_1 + 4x_2 \geq 19,$ $f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>13.</b> $x_1 + 4x_2 \leq 53,$ $x_1 - x_2 \leq 3,$ $7x_1 + 3x_2 \geq 71,$ $f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>14.</b> $6x_1 - 5x_2 \geq 17,$ $x_1 + 2x_2 \leq 34,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 17,$ $f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>15.</b> $-3x_1 + 14x_2 \leq 78,$ $5x_1 - 6x_2 \leq 26,$ $x_1 + 4x_2 \geq 26,$ $f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>16.</b> $11x_1 - 3x_2 \geq 24,$ $9x_1 + 4x_2 \leq 110,$ $-2x_1 + 7x_2 \geq 15,$ $f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}.$
<b>17.</b> $-4x_1 + 5x_2 \leq 29,$ $3x_1 - x_2 \leq 14,$ $5x_1 + 2x_2 \geq 38,$ $f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \text{extr}.$	<b>18.</b> $2x_1 - x_2 \geq 4,$ $x_1 + 3x_2 \leq 37,$ $-4x_1 + 9x_2 \geq 20,$ $f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr}.$

<b>19.</b> $10x_1 - x_2 \geq 57,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 53,$ $6x_1 - 7x_2 \leq 15,$ $f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \text{extr.}$	<b>20.</b> $4x_1 - x_2 \geq 6,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 157,$ $-3x_1 + 11x_2 \geq 16,$ $f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \text{extr.}$
---	--

#### Задание №4

**Тема:** Решение транспортных задач

#### Задача.

На базы  $A_1, A_2, A_3$  поступил товар в количестве  $a_1, a_2$  и  $a_3$  единиц (в единицах измерения товара). Этот товар необходимо доставить на пункты потребления  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  в количестве  $b_1, b_2, b_3, b_4,$  и  $b_5$  единиц, причем товар может быть доставлен с любой базы на любой пункт потребления.

Построить план оптимальных перевозок с любыми двумя методами.

Варианты выбирать по списку в журнале

#### В.1

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		90	100	70	130	110
1	200	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

#### В.2

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	140	190	120	170
1	300	1	7	9	5	3
2	280	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

#### В.3

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	250	1	7	9	5	3
2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

#### В.4

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		200	170	230	225	175
1	400	1	7	9	5	3

2	250	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.5

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	70	90	80	100
1	150	1	7	9	5	3
2	200	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.6

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		170	120	190	140	180
1	280	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	220	3	7	1	2	4

В.7

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		180	120	90	105	105
1	150	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.8

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		300	160	220	180	140
1	250	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.9

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		100	70	130	110	90

1	150	1	7	9	5	3
2	150	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.10

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		190	140	180	120	170
1	280	1	7	9	5	3
2	220	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.11

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		120	180	105	90	105
1	200	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	150	3	7	1	2	4

В.12

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		220	110	300	170	200
1	350	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	250	3	7	1	2	4

В.13

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		120	110	85	195	190
1	250	1	7	9	5	3
2	250	4	2	6	8	2
3	200	3	7	1	2	4

В.14

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	120	100	150	170
1	250	1	7	9	5	3
2	180	4	2	6	8	2
3	270	3	7	1	2	4

В.15

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	160	180	220	280
1	350	1	7	9	5	3
2	300	4	2	6	8	2
3	350	3	7	1	2	4

В.16

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		150	170	190	210	180
1	250	1	7	9	5	3
2	350	4	2	6	8	2
3	300	3	7	1	2	4

В.17

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		160	180	170	200	190
1	220	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

В.18

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		170	190	140	180	120
1	160	1	7	9	5	3
2	400	4	2	6	8	2
3	240	3	7	1	2	4

В.19

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		190	150	240	200	220
1	300	1	7	9	5	3
2	330	4	2	6	8	2
3	370	3	7	1	2	4

В.20

Номер базы	Мощность поставщика, $a_i$	Потребители и их спрос, $b_j$				
		1	2	3	4	5
		170	160	190	200	180
1	280	1	7	9	5	3
2	340	4	2	6	8	2
3	280	3	7	1	2	4

**Задание №5**

**Тема: Двойственные задачи**

**Составить двойственную задачу к данной:**

<p><b>1</b>  <math>f = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max</math>  <math>-x_1 + x_2 \leq 3,</math>  <math>5x_1 + 3x_2 \leq 97,</math>  <math>x_1 + 7x_2 \geq 77,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>2</b>  <math>f = x_1 + 5x_2 \rightarrow \min</math>  <math>3x_1 - x_2 \geq 9,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 50,</math>  <math>-x_1 + 4x_2 \geq 19,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>3.</b>  <math>f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min</math>  <math>x_1 + 4x_2 \leq 53,</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 3,</math>  <math>7x_1 + 3x_2 \geq 71,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>4.</b>  <math>f = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math>6x_1 - 5x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 34,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>5.</b>  <math>f = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \max</math>  <math>-3x_1 + 14x_2 \leq 78,</math>  <math>5x_1 - 6x_2 \leq 26,</math>  <math>x_1 + 4x_2 \geq 26,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>6.</b>  <math>f = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \min</math>  <math>11x_1 - 3x_2 \geq 24,</math>  <math>9x_1 + 4x_2 \leq 110,</math>  <math>-2x_1 + 7x_2 \geq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>7.</b>  <math>f = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min</math>  <math>-4x_1 + 5x_2 \leq 29,</math>  <math>3x_1 - x_2 \leq 14,</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \geq 38,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>8.</b>  <math>f = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max</math>  <math>2x_1 - x_2 \geq 4,</math>  <math>x_1 + 3x_2 \leq 37,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 20,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>

<p><b>9.</b>  <math>f = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>10x_1 - x_2 \geq 57,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 53,</math>  <math>6x_1 - 7x_2 \leq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>10.</b>  <math>f = x_1 + x_2 \rightarrow \min</math>  <math>4x_1 - x_2 \geq 6,</math>  <math>9x_1 + 8x_2 \leq 157,</math>  <math>-3x_1 + 11x_2 \geq 16,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>11.</b>  <math>f = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \min</math>  <math>-x_1 + x_2 \leq 3,</math>  <math>5x_1 + 3x_2 \leq 97,</math>  <math>x_1 + 7x_2 \geq 77,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>12.</b>  <math>f = 6x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>3x_1 - x_2 \geq 9,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 50,</math>  <math>-x_1 + 4x_2 \geq 19,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>13.</b>  <math>f = x_1 + 7x_2 \rightarrow \max</math>  <math>x_1 + 4x_2 \leq 53,</math>  <math>x_1 - x_2 \leq 3,</math>  <math>7x_1 + 3x_2 \geq 71,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>14.</b>  <math>f = x_1 + 9x_2 \rightarrow \min</math>  <math>6x_1 - 5x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 + 2x_2 \leq 34,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 17,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>15.</b>  <math>f = x_1 + 8x_2 \rightarrow \min</math>  <math>-3x_1 + 14x_2 \leq 78,</math>  <math>5x_1 - 6x_2 \leq 26,</math>  <math>x_1 + 4x_2 \geq 26,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>16.</b>  <math>f = 7x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>11x_1 - 3x_2 \geq 24,</math>  <math>9x_1 + 4x_2 \leq 110,</math>  <math>-2x_1 + 7x_2 \geq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>17.</b>  <math>f = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max</math>  <math>-4x_1 + 5x_2 \leq 29,</math>  <math>3x_1 - x_2 \leq 14,</math>  <math>5x_1 + 2x_2 \geq 38,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>18.</b>  <math>f = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min</math>  <math>2x_1 - x_2 \geq 4,</math>  <math>x_1 + 3x_2 \leq 37,</math>  <math>-4x_1 + 9x_2 \geq 20,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>
<p><b>19.</b>  <math>f = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min</math>  <math>10x_1 - x_2 \geq 57,</math>  <math>2x_1 + 3x_2 \leq 53,</math>  <math>6x_1 - 7x_2 \leq 15,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>	<p><b>20.</b>  <math>f = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max</math>  <math>4x_1 - x_2 \geq 6,</math>  <math>9x_1 + 8x_2 \leq 157,</math>  <math>-3x_1 + 11x_2 \geq 16,</math>  <math>x_1 \geq 0, x_2 \geq 0</math></p>

### Задание №6

#### Тема 1: Необходимые и достаточные условия безусловного экстремума

Дано:

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

Задание:

- а) Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных (с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

#### Тема 2: Необходимые и достаточные условия условного экстремума

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$
$$2x + y = -1$$

**Задание.**

а) Решить задачу графически

(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

### **Тема 3: Численные методы поиска безусловного экстремума**

**Дано:**

$$f(x) = x^4 + x^2 + x + 1$$

**Задание.**

Найти точку минимума  $x^*$  функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b] = [-1, 0]$  с точностью  $\epsilon = 0,003$  и минимальное значение  $f_{\min}$

1. Методом половинного деления;
2. Методом золотого сечения;
3. Методом Фибоначчи.

### **Тема 4: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 1-го порядка**

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

**Задание:**

- а) Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- б) Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- в) Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума  
(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

### **Тема 5: Методы безусловной минимизации функции многих переменных 2-го порядка**

**Дано:**

$$f(X) = Nx^2 + My^2 + 2x \cdot y + 20x + 10y + 2 \rightarrow \text{extr}$$

**Задание.**

- а) Аналитически отыскать экстремум функции двух переменных
- б) Сделать три итерации **методом градиентного спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- в) Сделать одну итерацию **методом наискорейшего спуска** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- г) Сделать две итерации **методом сопряженных градиентов** из начальной точки  $X^0 = (-1, -2)$  в направлении экстремума
- д) Сделать одну итерацию **методом Ньютона** из начальной точки  $X^0 = (0, 0)$  в направлении экстремума  
(с использованием аппарата необходимых и достаточных условий экстремума). (N – предпоследняя цифра зачётки, M – последняя цифра зачётки)

### 7.3.3. Тестовый материал для диагностики индикаторов оценивания сформированности компетенций

## 8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 8.1. Основная литература

1. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций : учебник / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 7-е изд, - Москва : Дашков и К°, 2019. - 398 с - ISBN 978-5-394-02736-9. –URL: <https://znanium.ru/catalog/document?id=358152> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

2. Зырянова, С.А. Исследование операций: учебно-методическое пособие, -Омск: СибАДИ, 2022 –URL: <https://znanium.ru/read?id=435786> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

3. Новиков, А.И. Исследование операций в экономике: учебник для бакалавров/А.И.Новиков,- 3-е изд.- Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2022. – 352с. –URL: <https://znanium.ru/read?id=431480> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

4. Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. - 3-е изд., испр. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с. - ISBN 978-5-9221-0992-5. - URL: <https://znanium.ru/read?id=168096> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

5. Сдвижков, О. А. Практикум по методам оптимизации: учебное пособие / О. А. Сдвижков. - Москва: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2020. - 231 с. - ISBN 978-5-9558-0372-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1036460> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

6. Бабенышев, С. В. Методы оптимизации : учебное пособие / С. В. Бабенышев, Е. Н. Матеров. - Железногорск : Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России, 2019. - 134 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1082159> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

7. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - Москва : Логос, 2020. - 424 с: ил. - ISBN 978-5-98704-540-4. - URL: <https://znanium.ru/read?id=367449> – Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.

### 8.2. Дополнительная литература:

1. В.А. Горелик Исследование операций и методы оптимизации: учебник для студ. учреждений высш.пед. проф. Образования,- М.: Издательский центр «Академия», 2013.- 272 с.

2 . Колемаев, В. А. Математические методы и модели исследования операций : учебник / В. А. Колемаев ; под редакцией В. А. Колемаева. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2012. - 592 с. - ISBN 978-5-238-01325-1. – URL: <https://znanium.ru/read?id=144972> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

3. Лемешко, Б. Ю. Теория игр и исследование операций / Б.Ю.Лемешко.- Новосибирск: — <https://znanium.ru/catalog/document?id=36762> – Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

## 9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

### 9.1. Общесистемные требования

#### Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

#### Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://znanium.com">https://znanium.com</a>	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: <a href="http://lib.kchgu.ru">http://lib.kchgu.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: <a href="http://rusneb.ru">http://rusneb.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: <a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	Бессрочный

### 9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

### **9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения**

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (Лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПИ Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.
- 

### **9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

### **10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья**

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

### 11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

<b>Изменение</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО</b>	<b>Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО</b>
Переутверждена ОПВО. Обновлены: учебный план, календарный учебный график, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания, календарный план воспитательной работы. Обновлены договоры: 1. На антивирус Касперского. (Договор №56/2023 от 25 января 2023г.). Действует до 03.03.2025г. 2. На антивирус Касперского. (Договор № 0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Действует по 07.03.2027г. 3. Договор № 10 от 11.02.2025г. эбс «Лань». Действует по 11.02.2026г. 4. Договор № 238 эбс ООО «Знаниум» от 23.04.2024г. Действует до 11 мая 2025г. Договор № 249-эбс ООО «Знаниум» от 14.05.2025г. Действует до 14.05.2026г.	29.04.2025г., протокол № 8	30.04.2025г., протокол № 8